TRIANGLE EQUILATERAL.

Prenons une feuille de papier A4. A partir de cette feuille rectangulaire, nous aimerions construire uniquement par pliage un triangle équilatéral.

La question qui vient est : qu'est-ce qu'un triangle équilatéral ?

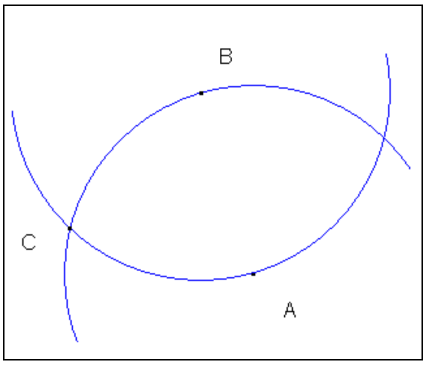
Par définition, un triangle équilatéral est un triangle dont les trois côtés ont même mesure. En conséquence, les angles dudit triangle mesurent 60°.

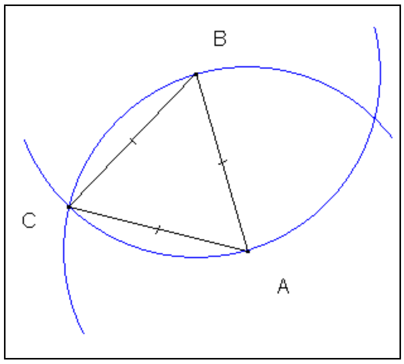
En définitif, il existerait deux moyens de construire un triangle équilatéral par pliage : en ayant trois côtés de même mesure ou en créant un angle de 60° (les autres angles s'en déduiraient par simple pliage).

La démonstration se fera ici avec les longueurs ; la trisection d'un angle fera l'objet d'une autre étude.

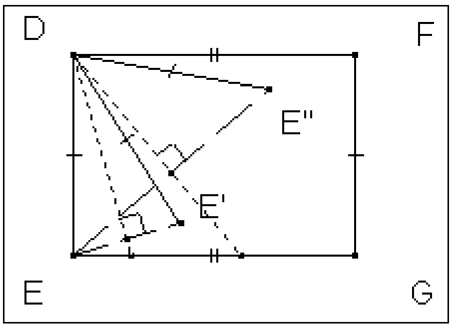
Analyse de la situation :

Avec les instruments du parfait géomètre, à savoir un compas et une règle non graduée, un triangle équilatéral se construit avec deux coups de compas de même écartement, puis, nous relions les trois points (remarquons que deux points sont possibles pour le point *C*).





Prenons donc la largeur de la feuille A4 comme rayon. En pliant la feuille avec le sommet *D* (pliage selon les petits pointillés), le point *E* se trouve symétrisé en *E'*, en *E''* et dès lors que nous avons choisi un pli, un nouveau point apparaît. Ce qui est important, c'est que la longueur *DE* est la même que celle de *DE'* et *DE''*. Nous avons ainsi tracé un premier coup de compas. Reste à construire un point *M* tel qu'il soit à la fois un point symétrique de *E* et que $DE = EM = DM$.

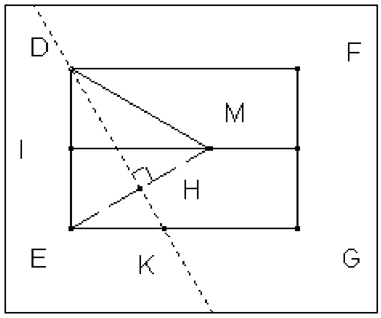


Continuons nos investigations : supposons qu'un tel point *M* existe et qu'il satisfait aux exigences demandées au paragraphe précédent. Dans ce cas, de la double égalité l'une d'elle retient mon attention : $EM = DM$. *M* est donc à la même distance de *E* et *D* (quel scoop !) et ainsi il se trouve sur la médiatrice de $[ED]$.

Synthèse :

Qu'est-ce que cela signifie ?

Tout simplement, que pour construire le point *M*, il suffit de plier la feuille de façon à ce que le point *E* vienne sur la médiatrice de $[ED]$ (qui nous appellerons aussi ligne médiane de la largeur).



Le triangle *DEM* est donc équilatéral.

Continuons à chercher… En fait, d'autres triangles équilatéraux se cachent… et plutôt bien ! Sur les schémas ci-contre, le premier correspond à la feuille pliée et le second, dépliée mais avec les traits de construction dont nous avons besoin pour la suite.

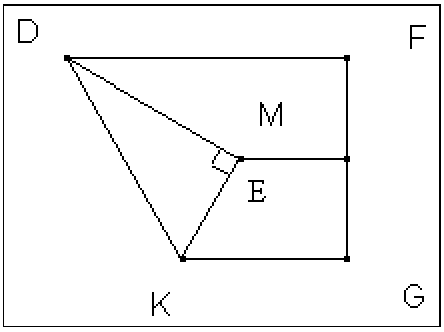


Schéma 1

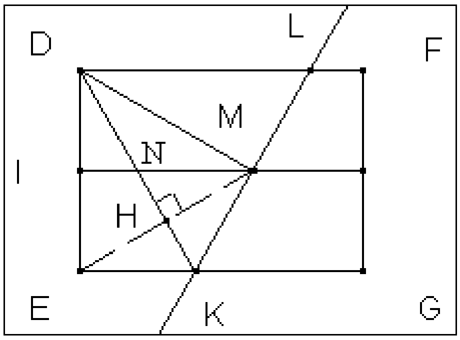


Schéma 2

Intéressons tout particulièrement au schéma 2. Il s'agit de montrer que le triangle *DLK* est équilatéral, et par conséquent que le triangle *NMK* l'est aussi.

La démonstration s'appuie sur les angles en sachant que la somme des angles d'un triangle est égale à 180°.

La droite (DK) est la bissectrice de l'angle $\widehat{EDM}$, donc $\widehat{EDK} = 30°$ ce qui implique que $\widehat{KDL} = 60°$. Il nous reste plus qu'à montrer que l'un des deux autres angles mesure 60° pour conclure.

Or les triangles *DEK* et *DMK* sont symétriques l'un de l'autre, donc ont mêmes angles. Comme $\widehat{EDK} = 30°$, il vient $\widehat{EKD} = 60°$ et ainsi $\widehat{MKD} = 60°$ ce qui termine la démonstration.

Savoir faire des triangles équilatéraux est une base pour un certain nombre de figures géométriques en origami.