CHAPITRE 11 : CALCUL LITTERAL ET EQUATIONS.

OBJECTIFS :

1. Tester si une égalité comportant un ou deux nombres indéterminés est vraie lorsqu'on leur attribue des valeurs numériques.
2. Savoir utiliser une expression littérale.
3. Savoir produire une expression littérale.

Activités : voir activités du livre.

I. DEFINITON.

Définition 1 :

Un calcul littéral est une expression qui contient une ou plusieurs lettres.

Remarque 1 :

Un tel calcul permet d'établir des formules, de trouver un nombre inconnu ou de prouver un résultat.

Exemple1 :

L'aire d'un rectangle de largeur *l* et de longueur *L* est : $\mathcal{A}_1 = l \times L$.

L'aire d'un disque de rayon *r* est : $\mathcal{A}_2 = \pi \times r^2$.

La vitesse *v* s'exprime en fonction de la distance *d* et temps *t* comme : $v = \dfrac{d}{t}$.

Exercices proposés :

II. SIMPLIFICATION D'ECRITURE.

Proposition 1 :

Le signe de multiplication peut être supprimé devant une parenthèse ou une lettre.

Exemple 2 :

$x \times y$ peut s'écrire xy.

$5 \times a$ peut s'écrire $5a$.

$2 \times (b+1)$ peut s'écrire $2(b+1)$.

$a \times (b-5)$ peut s'écrire $a \times (b-5)$.

Remarque 2 :

⚠ Nous ne pouvons écrire 2×3 comme étant 23… Le signe de multiplication est obligatoire lorsque son absence entraîne une confusion.

Proposition 2 :

Prenons deux nombres *a* et *b*, nous avons les propriétés de multiplication :

$1 \times a = a$; $0 \times a = 0$; $a \times b = b \times a$.

Exemple 3 :

$A = x \times 5$

$A = x \times 5$

$A = 5 \times x$

$A = 5x$

$B = y \times 4 \times 2 \times y \times 3$

$B = y \times 4 \times 2 \times y \times 3$

$B = 4 \times 2 \times 3 \times y \times y$

$B = 24 \times y^2$

$B = 24y^2$

Exercices proposés :

III. DISTRIBUTIVITE.

Proposition 3 :

Considérons trois nombres *a*, *b* et *k*, nous avons :

$$\boxed{k}(a+b) = \boxed{k}a + \boxed{k}b$$

Nous avons de même :

$$\boxed{k}(a-b) = \boxed{k}a - \boxed{k}b$$

Méthode 1 :

Pour **développer** l'expression : $7 \times (8-y)$.

1. Commencer par dessiner des flèches depuis le facteur en dehors des parenthèses vers chacun des termes à l'intérieur : $7 \times (8-y)$.
2. Distribuer le facteur sur chacun des termes, suivant les flèches et on place les signes $+$ et $-$ entre les blocks : $7 \times (8-y) = 7 \times 8 - 7 \times y$.
3. Calculer suivant la nouvelle priorité : $7 \times (8-y) = 7 \times 8 - 7 \times y = 56 - 7y$.

Exemple 4 :

$C = 3(x+5)$

$C = 3(x+5)$

$C = 3 \times x + 3 \times 5$

$C = 3x + 15$

$D = (11-y)y$

$D = (11-y)y$

$D = y(11-y)$

$D = y \times 11 - y \times y$

$D = 11y - y^2$

Méthode 2 :

Pour **factoriser** l'expression : $15 \times x + 15 \times 7$.

1. Entourer ce qui est identique dans les deux termes : $\boxed{15\times}x + \boxed{15\times}7$.
2. Le facteur identique n'est à écrire qu'une seule fois : $\boxed{15\times}x + \boxed{15\times}7 = \boxed{15\times}\ldots$.
3. A la suite, écrire entre parenthèses tout ce qui reste : $\boxed{15\times}x + \boxed{15\times}7 = \boxed{153\times}(x+7)$.
4. Simplifier si possible.

Exemple 5 :

$E = 2\times x + 8\times x$

$E = 2\boxed{\times x} + 8\boxed{\times x}$

$E = (2+8)\boxed{\times x}$

$E = 10\times x$

$E = 10x$

$F = 2,7\times t + 2,7\times t^2 + 9\times 2,7$

$F = \boxed{2,7\times}t + \boxed{2,7\times}t^2 + 9\boxed{2,7\times}$

$F = \boxed{2,7\times}\left(t + t^2 + 9\right)$

$F = 2,7\left(t + t^2 + 9\right)$

Exercices proposés :

IV. EGALITE DE DEUX EXPRESSIONS LITTERALES.

Définition 2 :

« $x = y$ » est une égalité. Les deux membres : x et y, ont des formes différentes mais ont la même valeur. Ils sont séparés par le symbole “=”.

Exemple 4 :

$\underbrace{2\times 5}_{\text{1er membre ou membre de gauche}} = \underbrace{7+3}_{\text{2e membre ou membre de droite}}$.

Les deux membres ont la même valeur, à savoir 10. C’est une égalité.

$4+6\times 3 \neq 2\times 15$.

Dans ce cas, les deux membres n’ont pas la même valeur (22 pour le membre de gauche et 30 pour le membre de droite).

Méthode 3 :

Pour tester si une égalité est vraie **sur une valeur**, il faut :

1. séparer les deux membres de l’égalité.
2. simplifier autant que possible les deux expressions.
3. remplacer la (ou les) lettre(s) par le nombre proposé entre parenthèses et calculer.

Si les deux membres ont la même valeur, **alors** l’égalité est vraie **pour ce nombre**.

Si les deux membres n’ont pas la même valeur, **alors** l’égalité n’est pas vraie **pour ce nombre**.

Exemple 6 :

Tester si l’égalité $2x-5=9$ est vraie **pour** $x=3$; puis $x=7$.

Les deux premiers points sont communs à n’importe quel nombre à tester.

- Posons $A = 2x-5$ et $B = 9$.
- Ici, les écritures de A et B sont déjà simplifiées.

- Pour $x=3$:

$A = 2\times(3)-5$

$A = 6-5$

$A = 1$

$B = 9$

Les deux membres n’ont pas la même valeur, **donc** $A \neq B$ **pour** $x=3$.

I.e. : Cette égalité est fausse pour $x=3$.

- Pour $x=7$:

$A = 2\times(7)-5$

$A = 14-5$

$A = 9$

$B = 9$

Les deux membres ont la même valeur, **donc** $A = B$ **pour** $x = 7$.
I.e. : Cette égalité est vraie pour $x = 7$.

Exemple 7 :

Tester si l'égalité $7x + 2 - 4x + 8 = x^2$ est vraie **pour** $x = 5$; puis $x = 3$.
Les deux premiers points sont communs à n'importe quel nombre à tester.

- Posons $A = 7x + 2 - 4x + 8$ et $B = x^2$.
- Simplifions les écritures de A et B :

$A = 7x + 2 - 4x + 8$	$B = x^2$
$A = 3x + 10$	

- Pour $x = 5$:

$A = 3 \times (5) + 10$	$B = (5)^2$
$A = 15 + 10$	$B = 25$
$A = 25$	

Les deux membres ont la même valeur, **donc** $A = B$ **pour** $x = 5$.
I.e. : Cette égalité est vraie pour $x = 5$.

- Pour $x = 3$:

$A = 3 \times (3) + 10$	$B = (3)^2$
$A = 9 + 10$	$B = 9$
$A = 19$	

Les deux membres n'ont pas la même valeur, **donc** $A \neq B$ **pour** $x = 3$.
I.e. : Cette égalité est fausse pour $x = 3$.

Exercices proposés :

V. DIFFICULTES.

BIBLIOGRAPHIE :

TRIANGLE 5^e, HATIER (livre de la classe),
NOUVEAU DECIMALE 5^e, BELIN,
MATH 5^e, DELAGRAVE,
PYTHAGORE 5^e, HATIER,
DECIMALE 5^e, BELIN.