CHAPITRE 08 : PROPORTIONNALITE ET CALCULS.

OBJECTIFS :

1. Savoir utiliser, dans le plan muni d'un repère, la caractérisation de la proportionnalité sous la forme d'alignement de points avec l'origine.
2. Savoir utiliser l'égalité $d = vt$ pour des calculs de distance parcourue, de vitesse et de temps.
3. Savoir changer d'unités de vitesse (mètre par seconde et kilomètre par heure).
4. Savoir mettre en œuvre la proportionnalité dans des situations simples utilisant à la fois des pourcentages et des quantités ou des effectifs.

Activités : Voir activité 1.

I. VITESSE MOYENNE.

Définition 1 :

La vitesse moyenne v s'obtient en faisant le quotient de la distance d par la durée t, donc :

$$v = \frac{d}{t}.$$

Remarque 1 :

- Nous obtenons aussi les formules suivantes : $d = vt$ et $t = \frac{d}{v}$.
- La vitesse s'exprime généralement en kilomètre par heure, noté km/h (ou $\mathrm{km \cdot h^{-1}}$) ou en mètre par seconde noté m/s (ou $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$).

Exemple 1 :

Un train parcourt 270 km en 1 h 17 min. Quelle est sa vitesse moyenne en km/h ? Et en m/s ?

Nous cherchons la vitesse moyenne, donc il faut utiliser la formule $v = \frac{d}{t}$.

La distance est en kilomètre, il n'y a donc rien à changer ; par contre la durée n'est pas vraiment en heure, il faut donc transformer l'écriture. Nous obtenons donc une durée de 77 minutes, ce qui correspond à $\frac{77}{60}$ heures.

En remplaçant dans la formule, nous avons : $v = \frac{270}{\frac{77}{60}}$, et d'après le chapitre précédent, nous avons : $v = 270 \times \frac{60}{77} \approx 210{,}3$ que nous arrondissons à 210 km/h.

Changeons à présent les unités : en 1 kilomètre, il y a 1000 mètres et en 1 heure, il y a 3600 secondes. Ainsi, $v = 210 \times \frac{1000}{3600} \approx 58{,}3$ que nous arrondissons à 58 m/s.

La vitesse moyenne du train est de 210 km/h ou 58 m/s.

Exercices proposés :

II. POURCENTAGE.

A. POURCENTAGE D'UNE QUANTITE.

Définition 2 :

> Prendre t % d'un nombre x, c'est le multiplier par $\frac{t}{100}$.

Exemple 2 :

Dans la classe, il y a 11 filles et 15 garçons.
55 % des filles et 33 % des garçons sont demi-pensionnaires.
Quel pourcentage des élèves de la classe représentent les demi-pensionnaires ?

Le nombre cherché est le quotient : $\frac{\text{nombre total de demi-pensionnaires}}{\text{nombre total d'élèves}}$.

Il y a $\frac{55}{100}\times 11 \approx 6$ filles demi-pensionnaires dans la classe et $\frac{33}{100}\times 15 \approx 5$ garçons demi-pensionnaires dans la classe.

Ainsi il y a $6+5=11$ demi-pensionnaires **sur** 26 élèves.

D'où $\frac{11}{26} \approx 0{,}42$ et $0{,}42 = \frac{42}{100}$.

Les demi-pensionnaires représentent environ 42 % de la classe.

⚠ $\frac{55}{100}\times 11 = 6{,}05$. Cependant, il est plutôt difficile d'avoir 6,05 filles (à moins d'en découper une en rondelle…), donc dans ce type de cas, il faut absolument arrondir !

B. VARIATION D'UNE QUANTITE EN POURCENTAGE.

Définition 3 :

> Pour augmenter un nombre de x %, nous le multiplions par $1+\frac{x}{100}$.

Exemple 3 :

Un article coûte 20 € ; son prix augmente de 3 %. Quel est son nouveau prix ?

$$20\times\left(1+\frac{3}{100}\right) = 20\times 1{,}03 = 20{,}6$$

Le nouveau prix est de $20{,}60$ €.

Définition 4 :

> Pour diminuer un nombre de x %, nous le multiplions par $1-\frac{x}{100}$.

Exemple 4 :

Un article coûte 15 € ; son prix augmente de 5 %. Quel est son nouveau prix ?

$$15\times\left(1-\frac{5}{100}\right) = 15\times 0{,}95 = 14{,}25$$

Le nouveau prix est de $14{,}25$ €.

Exercices proposés :

III. PROPORTIONNALITE ET GRAPHIQUE.

A. COEFFICIENT DE PROPORTIONNALITE.

Définition 5 :

Deux grandeurs sont proportionnelles s'il est possible de calculer la valeur de l'une des grandeurs en multipliant la valeur de l'autre par un nombre, toujours le même, appelé **coefficient de proportionnalité**.

Exemple 5 :

Voici un tableau de proportionnalité donnant le prix du raisin.

Masse x (en kg)	1	3	4	6
Prix y (en €)	3,50	10,50	14	21

$\times 3{,}5$

Le coefficient de proportionnalité est 3,5. Les deux grandeurs (masse et prix) sont proportionnelles.

Proposition 1 :

Si x et y sont les valeurs de deux grandeurs proportionnelles **alors** il existe un nombre a tel que : $y = a\,x$.

a est le coefficient de proportionnalité.

Exemple 6 :

Avec l'exemple ci-dessus, si nous notons x les valeurs de la masse en kilogramme du raisin et y, celles de son prix, alors nous pouvons écrire $y = 3{,}5\,x$. Ici, nous avons $a = 3{,}5$.

Nous avons donné le prix du raisin **en fonction** de sa masse.

B. GRAPHIQUE.

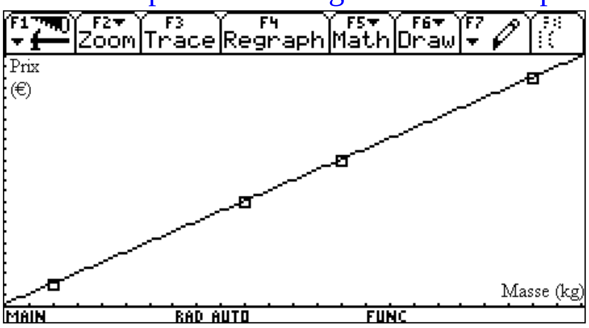
Proposition 2 :

Une situation de proportionnalité est représentée graphiquement par des points alignés sur une **droite passant par l'origine des axes**.

Exemple 7 :

Voici ce que donne un tel graphique avec l'exemple précédent.

Les points sont alignés et la droite passe par l'origine des axes.



Exercices proposés :

IV. DIFFICULTES.

BIBLIOGRAPHIE :

MATH 4e, BORDAS (livre de la classe),
DIMATHEME 4e, DIDIER,
TRIANGLE 4e, HATIER,
DECIMALE 4e, BELIN.