THEOREME DE PYTHAGORE.

I. INTRODUCTION.

La figure fermée la plus simple est le triangle. Depuis l'antiquité, les géomètres nous ont légué un ensemble de propriétés dont les théorèmes de Thalès et Pythagore ne sont que les plus célèbres. Cependant, les applications dans le monde moderne sont omniprésentes. Pour trouver un utilisateur de téléphone portable ou l'épicentre d'un séisme, la triangulation est utilisée. Les images de synthèses utilisent ce type de figures.

Lors de ses voyages en Egypte et à Babylone, Pythagore de Samos, au 6e siècle avant J.C., observe la construction de temples. Les architectes égyptiens utilisaient une corde de 12 segments égaux et formaient un triangle de longueur de côtés 3, 4 et 5 unités. Les babyloniens, quant à eux, utilisaient une corde de 30 segments égaux et formaient un triangle de longueur de côtés 5, 12 et 13 unités.

Question 1 :

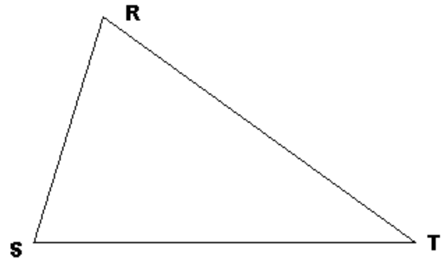
Construire **sur votre cahier** un triangle *ABC* de longueur 3 ; 4 et 5 cm. Construire un triangle *DEF* de longueur 5 ; 12 et 13 cm.

Question 2 : Que remarquez-vous ? Pour quelle(s) raison(s) ce type de triangle était intéressant pour ces peuples antiques ?

Le but des premières parties de l'activité consiste à trouver une relation entre les différentes longueurs d'un triangle rectangle.

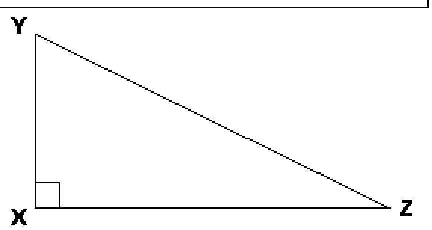
II. AIRE D'UN TRIANGLE.

Nous considérons le triangle *RST* ci-contre.



Question 3 : Tracer la hauteur issue de *S* au crayon bleu. Déterminer alors l'aire de ce triangle.

Nous considérons le triangle *XYZ* ci-contre, rectangle en *X*.



Question 4 : Déterminer alors l'aire de ce triangle.

III. DECOUPAGE.

Question 5 : Donner la définition de l'hypoténuse.

Découper la bande fournie en deux de façon à former deux rectangles de dimensions : 7,5 cm et 5,25 cm. Découper chacun de ces rectangles suivant l'une de leurs diagonales. Il y a à présent 4 triangles rectangles identiques. Nous nommons *a* le côté de 7,5 cm, *b* le côté de 5,25 cm et *c* l'hypoténuse.

Question 6 : A l'aide de ces triangles, construire un carré de côté $a+b$. *Attention ! Les trous sont admis à condition que l'on puisse facilement calculer leurs aires.* Demander au professeur de valider votre travail. **Coller alors la construction sur votre cahier**.

Question 7 : Noter *ABCD* le grand carré et *EFGH* le "trou" à l'intérieur. Déterminer les aires suivantes (utiliser la lettre *c* pour la longueur inconnue).

$\mathcal{A}_{ABCD} =$

$\mathcal{A}_{EFGH} =$

$\mathcal{A}_{AEH} =$

Question 8 : Ecrire une relation entre les aires.

Question 9 : Déterminer la longueur *c* par le calcul. Mesurer avec soin la longueur *c*.

Par calcul :	Par mesure :
$c =$	$c =$

Question 10 : Conclusion.

Question 11 : Compléter.

$a^2 =$

$b^2 =$

$a^2 + b^2 =$

Cette relation ($a^2 + b^2 = c^2$) est la **relation de Pythagore**. Elle est vraie pour tous les **triangles rectangles**, et fausse pour tous les autres types de triangle.

IV. FONCTION $\boxed{\sqrt{\ }}$ ("RACINE CARREE") DE LA CALCULATRICE.

Question 12 : Calculer mentalement. La lettre *x* désigne un nombre positif.

$x\ (x \geq 0)$	0	1	2	5			0,5			10	20
x^2					9	36		0,04	0,64		

Question 13 : En utilisant la touche $\sqrt{\ }$ de la calculatrice, compléter :

$\sqrt{9} =$	$\sqrt{0,04} =$	$\sqrt{100} =$
$\sqrt{36} =$	$\sqrt{0,64} =$	$\sqrt{400} =$

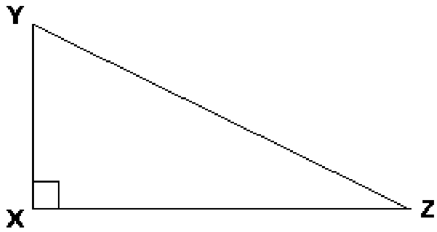
Question 14 : Quel lien y-a-t'il entre un nombre noté a ($a \geq 0$) et $\sqrt{a}$?

Question 15 : Avec la calculatrice calculer $\sqrt{8}$. Est-ce une égalité ? Est-ce donc une valeur exacte ? Donner l'arrondi de $\sqrt{8}$ à 0,1 près.

$\sqrt{8}$

V. TROUVER LA LONGUEUR D'UN COTE D'UN TRIANGLE RECTANGLE.

Dans toute cette partie, nous considérons le triangle XYZ ci-contre, rectangle en X.



A. TROUVER LA LONGUEUR DE L'HYPOTENUSE.

Question 16 : Appliquer le théorème de Pythagore dans le triangle XYZ rectangle en X en n'utilisant que les lettres.

Question 17 : Trouver la longueur de l'hypoténuse dans chacun des deux cas en arrondissant à 0,1 cm (si nécessaire) :

On donne dans ce cas : $XY = 4$ cm et $XZ = 4,2$ cm.	On donne dans ce cas : $XY = 9$ cm et $XZ = 11$ cm.

B. TROUVER LA LONGUEUR D'UN AUTRE COTE.

Question 18 : Appliquer le théorème de Pythagore dans le triangle XYZ rectangle en X en n'utilisant que les lettres.

Question 19 : Trouver la longueur du côté XY dans chacun des deux cas en arrondissant à 0,1 cm (si nécessaire) :

On donne dans ce cas : $ZY = 5,3$ cm et $XZ = 4,5$ cm .	On donne dans ce cas : $XZ = 9$ cm et $YZ = 11$ cm .

VI. ET SI LE TRIANGLE N'EST PAS RECTANGLE ?

Question 20 : Nous considérons un triangle ABC dont les longueurs sont les suivantes : $AB = 6$ cm , $BC = 7$ cm et $AC = 9$ cm .

Quel est le côté le plus long ?

Est-ce l'hypoténuse ?

Si le triangle est rectangle, quelle égalité est-il possible d'écrire ?

Est-ce le cas ici ? (détailler les calculs)

Dans ce cas, quelle conclusion s'impose ?

Question 21 : Formuler la **contraposée** du théorème de Pythagore.

VII. ET SI…

Question 22 : Reprendre les questions 1 et 2 et compléter la formulation :

Si les longueurs des trois côtés d'un triangle ABC sont liés par la relation : $BC^2 = AB^2 + AC^2$, **alors**

Cette proposition est la **réciproque** du théorème de Pythagore.