

CHAPITRE 09 : THEOREME DE PYTHAGORE.

OBJECTIFS :



1. Savoir calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir des deux autres.

2. Savoir en donner une valeur exacte ou approchée, en utilisant éventuellement la touche $\sqrt{\quad}$ de la calculatrice.



3. Caractériser le triangle rectangle par l'égalité de Pythagore.

4. Savoir résoudre des problèmes utilisant le théorème de Pythagore et sa réciproque, avec notamment les notions suivantes : pour démontrer que deux droites sont perpendiculaires et pour calculer la longueur d'un segment.

Activités :

I. THEOREME DE PYTHAGORE.

A. VOCABULAIRE.

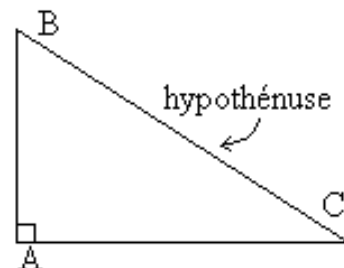
Définition 1 :

Dans un triangle rectangle, l'**hypoténuse** est le côté opposé à l'angle droit. C'est aussi le côté le plus grand.

Exemple 1 :

Sur le dessin ci-contre :

- le triangle ABC est rectangle en A ;
- le côté $[BC]$ est l'hypoténuse du triangle ABC .




B. THEOREME DE PYTHAGORE.

Théorème 1 (théorème de Pythagore) :

Si un triangle est rectangle, **alors** le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Si ABC est un triangle rectangle en A , **alors** : $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

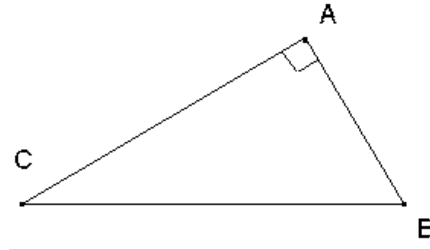
Remarque 1 :

-  Le théorème de Pythagore ne s'applique que dans les triangles rectangles.
- Le théorème de Pythagore permet de calculer la longueur d'un côté connaissant la longueur des deux autres côtés.

Exemple 2 :

ABC est un triangle rectangle en A tel que : $AC = 7$ cm et $BC = 15$ cm .

Calculer un arrondi de la longueur AB au dixième près.



Donnée :

Le triangle ABC est rectangle en A .

Théorème de Pythagore :

Nous avons : $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Conclusion :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$15^2 = AB^2 + 7^2$$

$$225 = AB^2 + 49$$

$$AB^2 = 225 - 49$$

$$AB^2 = 176$$

Et en utilisant la touche $\sqrt{\quad}$ de la calculatrice, nous trouvons $AB \approx 13,3$ cm .

Exercices proposés :

C. CONSEQUENCE AU THEOREME DE PYTHAGORE.

Proposition 1 (conséquence) :

Si le carré de la longueur du plus grand côté d'un triangle n'est pas égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, **alors** le triangle n'est pas rectangle.

Exemple 3 :

Soit un triangle RST tel que : $RS = 2$ cm , $ST = 3$ cm et $RT = 4$ cm . Ce triangle est-il rectangle ?

Donnée :

On sépare les calculs :

$$RT^2 = 16$$

$$RS^2 + ST^2 = 4 + 9 = 13$$

Théorème - conséquence de Pythagore :

Nous avons $RT^2 \neq RS^2 + ST^2$.

Conclusion :

Le triangle RST n'est pas rectangle.

Exercices proposés :

II. RECIPROQUE DU THEOREME DE PYTHAGORE.

Proposition 1 :

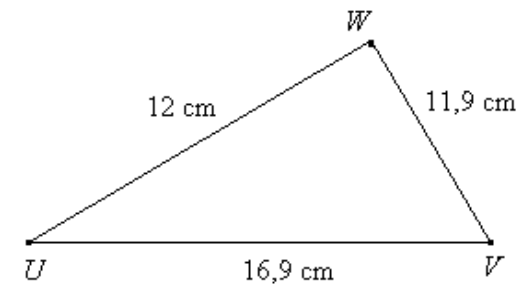
Si, dans un triangle ABC , $BC^2 = AB^2 + AC^2$, **alors** le triangle ABC est rectangle en A .

Remarque 2 :

La réciproque du théorème de Pythagore permet de démontrer qu'un triangle est rectangle.

Exemple 4 :

Démontrer que le triangle UVW tel que :
 $UV = 16,9$ cm, $VW = 11,9$ cm et $UW = 12$ cm est rectangle.



Donnée :

On sépare les calculs :

$$UV^2 = 285,61$$

$$VW^2 + UW^2 = 141,61 + 144 = 285,61$$

Théorème – réciproque de Pythagore :

Nous avons : $UV^2 = VW^2 + UW^2$.

Conclusion :

Le triangle UVW est rectangle en W .

Exercices proposés :

III. DIFFICULTES.

BIBLIOGRAPHIE :

MATH 4^e, BORDAS (livre de la classe),
DIMATHEME 4^e, DIDIER,
TRIANGLE 4^e, HATIER,
DECIMALE 4^e, BELIN.