CHAPITRE 05 : FRACTIONS (I).

OBJECTIFS :

1. Savoir utiliser sur des exemples numériques, y compris avec des décimaux négatifs, l'égalité $\frac{ac}{bc}=\frac{a}{b}$ (*b* et *c* non nuls).
2. Savoir comparer deux nombres relatifs en écriture fractionnaire ; en particulier savoir utiliser la propriété suivante et sa réciproque : « si $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ alors $ad=bc$ (*b* et *d* étant non nuls) ».
3. Savoir additionner et soustraire des nombres relatifs en écriture fractionnaire.
4. Savoir résoudre des problèmes où interviennent des calculs sur les nombres en écriture fractionnaire.

Activités :

I. FRACTIONS EGALES.

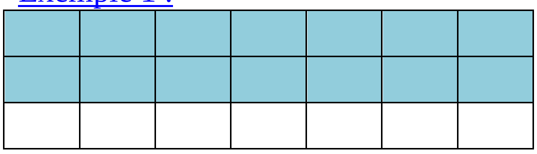
Proposition 1 :

⊕ Un quotient n'est pas changé en multipliant ses deux termes (*i.e.* : le dividende et le diviseur) par un même nombre.

⊕ **Si** *a*, *b* et *k* désignent des nombres avec $b\neq 0$ et $k\neq 0$, **alors** :

- $\frac{a}{b}=\frac{a\times k}{b\times k}$.
- $\frac{-a}{-b}=\frac{a}{b}$ et $\frac{-a}{b}=\frac{a}{-b}=-\frac{a}{b}$.

Exemple 1 :



$\frac{2}{3}$

$$\frac{2}{3}=\frac{2\times 7}{3\times 7}=\frac{14}{21}.$$

Méthode 1 : transformer en fraction.

Pour **transformer un quotient en fraction**, il faut multiplier le numérateur et le dénominateur par 10, 100 ou 1 000.

Exemple 2 :

$$A=\frac{-0,3}{1,5}=-\frac{0,3\times 10}{1,5\times 10}=-\frac{3}{15}$$

$$B=\frac{-11,3}{-6,08}=+\frac{11,3\times 100}{6,08\times 100}=\frac{1130}{608}$$

Méthode 2 : simplifier une fraction.

Pour **simplifier une fraction**, il faut :

1. Décomposer le numérateur et le dénominateur selon les tables de multiplication.
2. Supprimer ce qui est identique au numérateur et au dénominateur en l'encadrant.

Exemple 4 :

$$C=\frac{63}{27}=\frac{7\boxed{\times 9}}{3\boxed{\times 9}}=\frac{7}{3}$$

$$C=\frac{64}{-40}=-\frac{8\boxed{\times 8}}{5\boxed{\times 8}}=-\frac{8}{5}$$

Exercices proposés :

II. ADDITIONS ET SOUSTRACTIONS.

Proposition 2 :

⊕ Pour calculer la somme de deux nombres en écriture fractionnaire, il faut les réduire au **même dénominateur**, puis il faut additionner ou soustraire les **numérateurs** et **garder** le dénominateur commun.

⊕ **Si** a, b et c désignent des nombres avec $c \neq 0$, **alors** :

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c} \quad \text{et} \quad \frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}$$

Méthode 3 :

Pour réduire deux fractions au même dénominateur dans le cas où l'un n'est pas multiple de l'autre :

1. Commencer par **décomposer** les deux dénominateurs (*id est* : transformer les nombres en suite de multiplication).
2. Entourer les nombres identiques.
3. Multiplier ensuite le premier dénominateur par les nombres du deuxième qui manquent.
4. Faire de même pour le deuxième dénominateur.

Exemple 2 :

$$A=\frac{8}{25}+\frac{-4}{5}$$

$$A=\frac{8}{25}+\frac{-4\times 5}{25}$$

$$A=\frac{8-20}{25}$$

$$A=-\frac{12}{25}$$

On décompose les deux dénominateurs :

- $25=\boxed{5}\times 5$;
- $5=\boxed{5}\times 1$.

Il manque donc, pour 5, à le multiplier par 5 pour avoir la même chose sur les deux dénominateurs.

$$B=\frac{-5}{21}+\frac{35}{12}$$

$$B=\frac{-5\times 4}{84}+\frac{35\times 7}{84}$$

$$B=\frac{-20+245}{84}$$

$$B=\frac{225}{84}$$

On décompose les deux dénominateurs :

- $21=\boxed{3}\times 7$;
- $12=\boxed{3}\times 4$.

Dans le premier dénominateur, il manque donc : 4. Et dans le deuxième il manque 7.

Ainsi le dénominateur commun est : $21\times 4=12\times 7=84$.

Exercices proposés :