

CHAPITRE 04 : TRIANGLE ET DROITES PARALLELES.

OBJECTIFS :

1. Connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés des deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux demi-droites de même origine.
2. Agrandir ou réduire une figure en utilisant la conservation des angles et la proportionnalité entre les longueurs de la figure initiale et de celles de la figure à obtenir.



3. Déterminer une quatrième proportionnelle.

Activités : voir activité 1.

I. TRIANGLE ET PARALLELES.

On considère 5 points distincts : A ; B ; C ; M et N .

Théorème 1 : Théorème de Thalès.

Si :

- Les points A , M et B et A , N et C sont **alignés dans cet ordre.**
- Les droites (BC) et (MN) **sont parallèles**

Alors on a proportionnalité entre les longueurs des deux triangles AMN et ABC :

Triangle ABC	AB	AC	BC
Triangle AMN	AM	AN	MN

Exemple 1 :

On sait que :

- Les points C , N , A et B , M , A sont alignés dans cet ordre.
- De plus $(NM) // (CB)$.

Théorème de Thalès :

Donc on a le tableau de proportionnalité :

Triangle ABC	AB	AC	BC
Triangle AMN	AM	AN	MN

Conclusion :

D'où :

Triangle ABC	7	5	BC
Triangle AMN	AM	3	MN

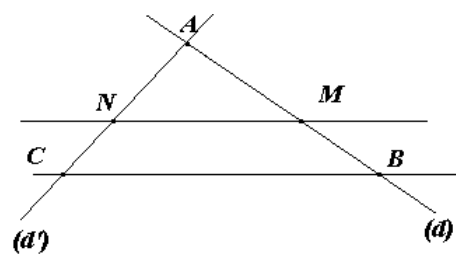
En utilisant le produit en « T » ou « Y », il vient :

$$AM = \frac{7 \times 3}{5} = \frac{21}{5} = 4,2 \text{ cm.}$$

Remarque 1 :

Ce théorème permet de calculer des longueurs.

Exercices proposés :



$$AC = 5 \text{ cm ; } AN = 3 \text{ cm ; } \\ AB = 7 \text{ cm. } \\ (NM) // (CB)$$

II. AGRANDISSEMENT ET REDUCTION.

Définition 1 :

Un agrandissement (respectivement réduction) d'une figure \mathcal{F} de rapport k est une figure \mathcal{F}' dont toutes les longueurs sont proportionnelles à celles de la figure \mathcal{F} où k est le coefficient de proportionnalité.

Remarque 1 :

Si $k > 1$, alors c'est un agrandissement.

Si $k < 1$, alors c'est une réduction.

Proposition 1 :

Lors d'un agrandissement ou d'une réduction, les angles de la figure \mathcal{F}' ont la même mesure que ceux de la figure \mathcal{F} .

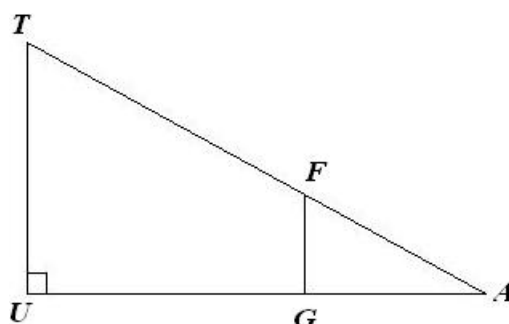
Exemple 5 :

T, F et A sont alignés et U, G et A sont alignés.

On donne : $AT = 9,3$ cm, $AU = 7,8$ cm,

$TU = 5,4$ cm, $AF = 3,1$ cm, $AG = 2,6$ cm et

$FG = 1,8$ cm.



	Longueurs du triangle TAU	$AT = 9,3$ cm	$AU = 7,8$ cm	$TU = 5,4$ cm	
	Longueurs du triangle GAF	$AF = 3,1$ cm	$AG = 2,6$ cm	$FG = 1,8$ cm	

Ainsi toutes les longueurs des deux triangles TAU et GAF sont proportionnelles. Le triangle GAF est une réduction du triangle TAU , de rapport $k = \frac{1}{3}$.

De plus l'angle \widehat{TUA} est droit ; par conséquent de la proposition 3, l'angle \widehat{FGA} est droit lui aussi.

Exercices proposés :

III. COMPLEMENT : LA DEMONSTRATION.

En mathématiques, et plus généralement dans les matières scientifiques, il faut prouver ce que nous pouvons observer, ce que nous disons : cela s'appelle « faire des démonstrations ».


Pour cela, nous utilisons des définitions, des propriétés ou des théorèmes déjà appris, qui seront autant d'outils pour faire une démonstration. Il paraît donc évident d'apprendre par cœur tous ces outils, mais bien plus que ça, de savoir les utiliser à bon escient.

Notamment en géométrie, ce que nous voyons n'est pas une preuve. Un exemple frappant serait de dire que tous les côtés d'un triangle sont de mêmes mesures en observant un triangle équilatéral (donc un cas particulier) !


POUR BIEN DEMONTRER, JE DOIS :


- 1) Lire une fois l'ensemble de l'énoncé pour :
- voir s'il y a des renseignements d'ordre général à la fin,
 - voir si les questions sont indépendantes ou s'enchaînent,

- voir si certaines questions semblent plus ou moins difficiles.


 2) Reprendre la lecture et construire au fur et à mesure la figure, même imparfaite, au brouillon.

 3) Noter à côté de la figure les HYPOTHESES (données de l'énoncé) et la CONCLUSION (ce que nous devons démontrer).


 4) Rechercher dans l'énoncé les indices qui renvoient vers tel théorème, telle définition, telle propriété.

 5) A partir des données et des connaissances, bâtir un raisonnement en distinguant bien les hypothèses, la définition ou le théorème employé et la conclusion. Il est possible d'employer :
« Par hypothèse, je sais que », « Or telle définition », « Donc je déduis que », « Conclusion ».

 6) Refaire soigneusement la figure au propre (utiliser codes et couleurs si nécessaire).

 7) Rédiger la démonstration en construisant des phrases simples (le langage et les symboles mathématiques peuvent parfois être utilisés).
- Faire attention à l'orthographe et au français.
- Soigner l'écriture.
- Tracer les traits à la règle.

 8) M'assurer, s'il y a des calculs, que ma réponse est vraisemblable.

 9) Relire lentement ce que j'ai écrit en imaginant que je le lis tout haut devant la classe.

IV. DIFFICULTES.

Ce chapitre est très riche : quatre théorèmes assez proches dans les termes (*triangle, parallèle, milieu...*), mais la conclusion de chacun est différente et permet tantôt de trouver qu'une droite est parallèle à une autre, tantôt qu'un point est milieu d'un segment, ou bien de calculer une longueur.

Autre point de difficulté qui est l'un des grands objectifs de la classe de quatrième, est de bâtir une démonstration. Dans les classes antérieures, les exercices étaient en grande majorité des observations. Cependant, l'observation est très facilement faussée dès lors qu'il y a une complexification du problème (notamment à cause de cas particuliers !). D'où la mise en place d'un raisonnement, que nous devons clair et rigoureux (*id est* bien structuré) et cela sans brûler d'étapes. La construction de tels raisonnements deviendra relativement aisée dès lors que les théorèmes et autres définitions sont sus et utilisés à bon escient. Par conséquent, il faut pratiquer, et donc faire des exercices...

Dernier point abordé ici : le quatrième théorème (droite parallèle à un côté). Le théorème, une fois appris, doit être facilement applicable, ce qui est loin d'être le cas quand l'habitude fait défaut. Il est recommandé d'utiliser du papier calque afin de ne prendre que les quatre points et les deux droites parallèles issues de l'analyse des données (à défaut, utiliser des couleurs). Rejoindre par la suite les deux droites sécantes afin de revenir à la configuration du cours et ainsi appliquer le théorème. Pour ne pas se tromper dans la mise en place de l'égalité des rapports, faire comme suit (les lettres et la configuration retenues sont celles de l'exemple 4) :

- Commencer par écrire les traits de fractions et les signes égal : $== ==$.
- Mettre ensuite les longueurs relatives aux côtés parallèles (la plus petite en haut en général) : $== == \frac{KL}{FG}$.

- Placer ensuite le point de concours : $\frac{E}{E} = \frac{E}{E} = \frac{KL}{FG}$.
- Enfin placer les lettres K, L, F et G de façon à avoir les mêmes points d'un segment dans le même rapport (*id est* : K, F d'un côté et L, G d'un autre) : $\frac{EK}{EF} = \frac{EL}{EG} = \frac{KL}{FG}$.

BIBLIOGRAPHIE :

MATH 4^e, BORDAS (livre de la classe),
DIMATHEME 4^e, DIDIER,
TRIANGLE 4^e, HATIER,
DECIMALE 4^e, BELIN.