CHAPITRE 02 : RELATIFS EN ECRITURE DECIMALE.

OBJECTIFS :

1. Savoir calculer le produit de nombres relatifs simples.
2. Savoir déterminer une valeur approchée du quotient de deux nombres décimaux (positifs ou négatifs).
3. Connaitre et savoir utiliser l'égalité $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$.
4. Savoir, sur des exemples numériques, écrire en utilisant des parenthèses des programmes de calcul portant sur des sommes ou des produits de nombres relatifs.
5. Etre capable d'organiser et effectuer à la main ou à la calculatrice les séquences de calculs correspondantes.

Activités :

I. SIGNE DU PRODUIT DE DEUX NOMBRES RELATIFS.

Proposition 1 :

Si deux nombres sont positifs, **alors** leur produit est un nombre positif.
Si un nombre est positif et un autre négatif, **alors** leur produit est un nombre négatif.
Si deux nombres sont négatifs, **alors** leur produit est un nombre positif.

Remarque 1 :

Le produit de deux nombres dont au moins l'un est nul, est nul. 0 est à la fois positif et négatif ; par convention, nous prendrons le signe positif.

Exemple 1 :

$5 \times 3 = 15$ $\rightarrow$ 15 est positif,
$(-6) \times 0,5 = -3$ $\rightarrow$ -3 est négatif,
$2,1 \times 0 = 0$,
$4 \times (-2) = -8$ $\rightarrow$ -8 est négatif,
$(-8) \times (-3) = 24$ $\rightarrow$ 24 est positif,
$0 \times (-5) = 0$.

Méthode 1 :

Pour effectuer un produit de nombres relatifs, il faut d'abord déterminer le signe, puis multiplier les parties numériques (les nombres sans le signe).

Exercices proposés :

II. QUOTIENT DE DEUX NOMBRES RELATIFS.

A. DEFINITION.

Définition 1 :

Si b est un nombre relatif non nul, **alors** le quotient $\frac{a}{b}$ est défini par $a \times \frac{1}{b}$.

Exemple 2 :

$\frac{3}{5} = 3 \times \frac{1}{5} = 3 \times 0,2 = 0,6$ $\frac{-6}{0,05} = (-6) \times \frac{1}{0,05} = (-6) \times 20 = -120$

Remarque 2 :

Pour $b \neq 0$, $\frac{a}{b}$ est le facteur manquant dans l'égalité $b \times ... = a$. Nous avons donc $b \times \frac{a}{b} = a$.

B. REGLE DES SIGNES.

Méthode 2 :

Par la définition 2, comme $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$, nous appliquons la même méthode des signes que pour la multiplication (méthode 1).

Exemple 3 :

$\frac{-6}{0,05} = \frac{6}{-0,05} = -\frac{6}{0,05}$ $\frac{-2}{-5} = \frac{2}{5}$

C. ARRONDI.

Voyons cela sur un exemple : à l'aide d'une calculatrice, donner l'arrondi au centième (ou à 0,01) des deux nombres suivants : $A = \frac{65}{7}$ et $B = -\frac{93}{11}$.

1re étape : recopier ce qu'affiche l'écran de la calculatrice pour chaque fraction.

Pour A : 9,285714286. **Pour B :** $-8,454545455$.

2e étape : encadrer chaque fraction par les deux choix possibles d'arrondi.

Pour A : $9,28 < \frac{65}{7} < 9,29$. **Pour B :** $-8,46 < -\frac{93}{11} < -8,45$.

3e étape : garder la valeur la plus proche de la fraction donnée.

Pour A : $\frac{65}{7}$ est plus proche de 9,290 que de 9,280. Donc l'arrondi au centième de A est 9,29.

Pour B : $-\frac{93}{11}$ est plus proche de $-8,450$ que de $-8,460$. Donc l'arrondi au centième de B est $-8,45$.

Exercices proposés :

III. COMPLEMENTS.

A. PRODUIT DE PLUSIEURS NOMBRES RELATIFS.

Méthode 3 :

Lorsqu'il y a plusieurs facteurs, il faut compter le nombre de facteurs négatifs. Deux cas sont alors possibles :

S'il y a un **nombre pair** de

S'il y a un **nombre impair** de facteurs

facteurs négatifs, alors le résultat final est **positif**.

négatifs, alors le résultat final est **négatif**. Une fois le signe déterminé, nous multiplions les parties numériques.

Exemple 4 :

Soit $C=(-2)\times(-3)\times5\times(-4)\times(-1)\times6$.

Il y a quatre facteurs négatifs, par conséquent, le résultat sera positif. En ne multipliant que les parties numériques, nous trouvons : $2\times3\times5\times4\times1\times6=720$.

D'où $C=+720=720$.

B. PRIORITE DANS LES CALCULS.

Observons cette notion sur deux exemples :

$D=(-3,5+1,5)+(2-5)\times(3-4)$;

1re étape : effectuer d'abord les calculs entre parenthèses.

$D=\underbrace{(-3,5+1,5)}+\underbrace{(2-5)}\times\underbrace{(3-4)}$,

$D=\quad -2 \quad + \ (-3) \times (-1)$.

2e étape : effectuer les multiplications.

$D=-2+3$.

3e étape : effectuer les additions en regroupant les termes de même signe (s'il y a besoin !).

$D=1$.

$E=2\times\left(1-\dfrac{24}{4-14}\right)-12$.

1re étape : calculer d'abord le quotient.

$E=2\times\left(1-\dfrac{24}{\underbrace{4-14}}\right)-12$,

$E=2\times\left(1-\dfrac{24}{-10}\right)-12$,

$E=2\times(1-(-2,4))-12$.

2e étape : effectuer ensuite les calculs entre parenthèses.

$E=2\times(-3,4)-12$.

3e étape : effectuer les multiplications.

$E=6,8-12$.

4e étape : effectuer les additions en regroupant les termes de même signe (s'il y a besoin !).

$E=-5,2$.

Exercices proposés :

Exercice : Effectuer les calculs d'abord sans calculatrice, puis vérifier le résultat :

$P=(-5-3)(-1-9)$; $Q=(-2+7)(11-16)+3\times(-1,5)$;

$R=(-8+4)\left(-0,25+\dfrac{1}{4}\right)$; $S=7+2\left(\dfrac{5-9}{2}+6\times(-0,5)\right)$.

IV. CONCLUSION.

Il faut absolument retenir le tableau suivant :

$(+...)\times(+...)=+...$	+ par + donne +,
$(+...)\times(-...)=-...$	+ par - donne -,
$(-...)\times(+...)=-...$	- par + donne -,
$(-...)\times(-...)=+...$	- par - donne +.

D'autre part, une conclusion à retenir aussi est la suivante : à partir des quatre opérations connues au primaire, *id est* $+,-,\times,:$, la classe de cinquième nous a appris que faire une **soustraction** revenait à ajouter **l'opposé** ; et la classe de quatrième nous apprend que **diviser** par un nombre relatif non nul revient à multiplier par **l'inverse** de ce même nombre.

V. DIFFICULTES.

La difficulté majeure réside dans les règles de signe. En effet, pour l'addition, une des règles est : moins **et** moins donne moins (exemple : $-2-5=-7$) tandis que pour la multiplication, nous avons : moins **par** moins donne plus (exemple : $(-2)\times(-5)=10$).

Une autre difficulté réside dans le maniement de la calculatrice vis-à-vis de la priorité des calculs. En effet, s'il est demandé d'évaluer au moyen d'une calculatrice le quotient : $\frac{3+2}{5}$, la calculatrice donne majoritairement 3,4 comme résultat. Pourtant, un simple calcul mental donne 1. La calculatrice ne commet pas d'erreur, c'est l'opérateur qui doit apprendre son fonctionnement.

BIBLIOGRAPHIE :

MATH 4e, BORDAS (livre de la classe),
DIMATHEME 4e, DIDIER,
Les petits manuels Hatier, HATIER.