

CHAPITRE 07 : ARITHMETIQUE (I).

Première partie : Méthode des soustractions successives.


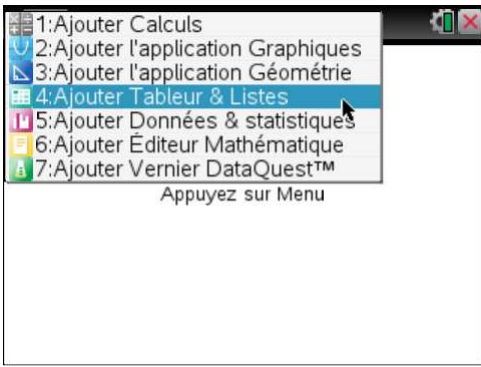
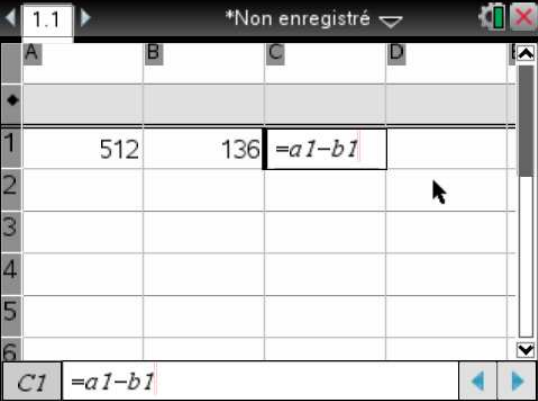
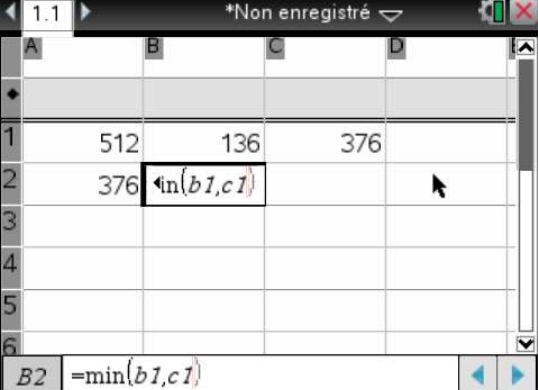
1. 494 est-il divisible par 13 ? Et 949 ? Qu'en est-il de la différence de 949 avec 494 ?
2. Expliquez pourquoi (revenez à la définition de division). En quoi est-ce intéressant pour le calcul du PGCD ?
3. Utilisez la TI-Nspire pour déterminer le PGCD de 24 et 42 par la commande : **G C D (1) (2) (4) (,) (4) (2) () (enter)**.

Ici, la calculatrice ne donne que le résultat, mais pas la méthode. On se propose de voir une première méthode : celle des soustractions successives.

4. a. Déterminez le PGCD, comme au 3. de 24 et de 42 – 24. Continuez en utilisant à chaque fois la différence.
 b. Trouvez de la même manière la méthode pour trouver le PGCD de 55 et 85.

Cette méthode, très répétitive, s'appelle un algorithme.

5. Ecrivez toutes les étapes pour déterminer le PGCD de 512 et 136. Qu'en pensez-vous ?
6. Un algorithme est facilement mis en œuvre par un ordinateur ou à défaut une calculatrice « sophistiquée ». Voici comment faire avec le tableur.

<p>Appuyez sur on. Choisissez (2) : Nouveau classeur. Il vous sera peut-être demandé d'enregistrer votre travail précédent, ce que vous acceptez. Choisissez (4) : Tableur et listes. Sauvegardez votre travail par (ctrl) (S) en le nommant : 3e-arith-01.</p>		
<p>On commence par remplir les cellules A1 et B1 avec les nombres 512 et 136. Puis en C1, on écrit notre formule : (=) (A) (1) (-) (B) (1). Validez.</p>		
<p>Pour la ligne 2, nous voulons prendre les deux plus petites valeurs de la ligne 1 qui seront toujours dans les colonnes B et C à condition de mettre le nombre le plus grand en colonne A... Pour cela, on utilise deux fonctions : Min(a,b) et Max(a,b) qui correspondent respectivement au minimum et au maximum entre les nombres a et b. Tapez (=) (M) (A) (X) (() (B) (1) (,) (C) (1) ()) dans la cellule A2 et (=) (M) (I) (N) (() (B) (1) (,) (C) (1) ()) dans la cellule B2.</p>		

Enfin, dans la dernière cellule, on refait la différence entre les cellules A2 et B2 : $\text{=A}2\text{-B}2$.

	A	B	C	D
1	512	136	376	
2	376	136	=a2-b2	
3				
4				
5				
6				

Formula bar: C2 =a2-b2

Maintenant que les cellules et formules sont bien définies, il faut étendre ces formules aux cellules dessous. Pour cela, venir sur la cellule A2. En maintenant la touche ⇧shift enfoncée, déplacez-vous avec le curseur deux fois à droite comme à l'écran ci-contre.

	A	B	C	D
1	512	136	376	
2	376	136	240	
3				
4				
5				
6				

Formula bar: A2:C2 =max(b1,c1)

Cliquez alors sur $\text{ctrl} \text{⇧}$. Les cellules sont alors encadrées en pointillés. Descendez avec le curseur « suffisamment » et appuyez sur enter afin.

7. Que signifie ce suffisamment ? Quand faut-il s'arrêter ?

	A	B	C	D
1	512	136	376	
2	376	136	240	
3	240	136	104	
4	136	104	32	
5	104	32	72	
6				

Formula bar: A2:C2 =max(b1,c1)

8. Changer les nombres en A1 et A2 pour calculer le PGCD de 55 et 85.

Deuxième partie : Méthode d'Euclide.

La méthode précédente peut être longue et certaines étapes pourraient être simplifiées.

- Déterminez par la méthode précédente le PGCD de 781 et 77 en utilisant le tableur par exemple.
- Combien de fois avez-vous soustrait 77 de 781 ?
Quel nombre obtenez-vous après avoir soustrait tous les 77 possibles ?
A quoi ces quatre nombres font penser ?
- Décrivez alors une méthode plus efficace pour déterminer le PGCD de deux nombres. Cette méthode s'appelle l'algorithme d'Euclide.
- En utilisant une nouvelle feuille de tableur, écrivez les formules permettant de déterminer le PGCD de 512 et 136.
On pourra utiliser les fonctions : $\text{int}(a)$ qui donne la partie entière d'un nombre et $\text{mod}(a,b)$ qui donne le reste de la division euclidienne de a par b .
- Trouvez ainsi le PGCD de 55 et 85.
- Trouvez le PGCD de 3672 et 468.