# CHAPITRE 05 : TRIGONOMETRIE.

**OBJECTIFS :**

1. Connaître les relations entre le cosinus, le sinus, la tangente d'un angle aigu et les longueurs de deux des côtés d'un triangle rectangle.
2. Savoir utiliser ces relations.
3. Savoir déterminer des valeurs approchées, à l'aide de la calculatrice, de longueur de côté ou de mesure d'un angle aigu dans un triangle rectangle.

**Activités :** Activité 8 (TI).

## I. DEFINITIONS.

### A. COSINUS D'UN ANGLE AIGU.

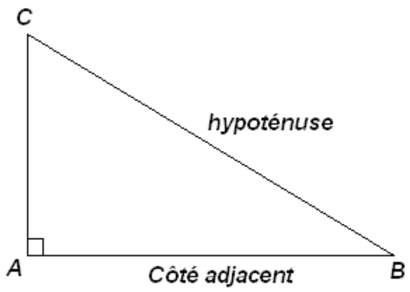
Définition 1 :

Dans un triangle rectangle, le **cosinus** d'un angle aigu est égal au quotient : $\dfrac{\text{longueur du côté adjacent}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$.

Exemple 1 :

Dans le triangle $ABC$ rectangle en $A$ ci-contre, le côté adjacent à l'angle $\widehat{ABC}$ est le côté $[AB]$ et l'hypoténuse de ce triangle est le côté $[BC]$.

On a donc : $\cos\left(\widehat{ABC}\right)=\dfrac{AB}{BC}$.




Remarque 1 :

Les longueurs sont des nombres positifs. De plus, l'hypoténuse est toujours plus grande que l'un des deux autres côtés. Nous avons donc : $0<\cos\left(\widehat{ABC}\right)<1$.

### B. SINUS D'UN ANGLE AIGU.

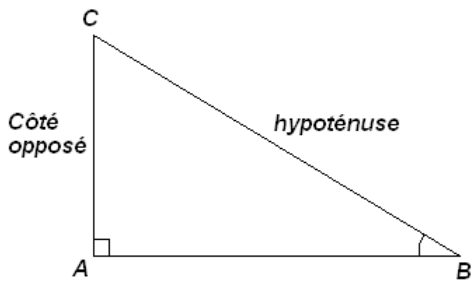
Définition 2 :

Dans un triangle rectangle, le **sinus** d'un angle aigu est égal au quotient : $\dfrac{\text{longueur du côté opposé}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$.

Exemple 2 :

Dans le triangle $ABC$ rectangle en $A$ ci-contre, le côté opposé à l'angle $\widehat{ABC}$ est le côté $[AC]$ et l'hypoténuse de ce triangle est le côté $[BC]$.

On a donc : $\sin\left(\widehat{ABC}\right)=\dfrac{AC}{BC}$.



Remarque 2 :

Les longueurs sont des nombres positifs. De plus, l'hypoténuse est toujours plus grande que l'un des deux autres côtés. Nous avons donc : $0 < \sin\left(\widehat{ABC}\right) < 1$.

Remarque 3 :

Dans l'exemple 2, nous avons : $\cos\left(\widehat{ACB}\right) = \dfrac{AC}{BC}$, donc $\sin\left(\widehat{ABC}\right) = \cos\left(\widehat{ACB}\right)$.

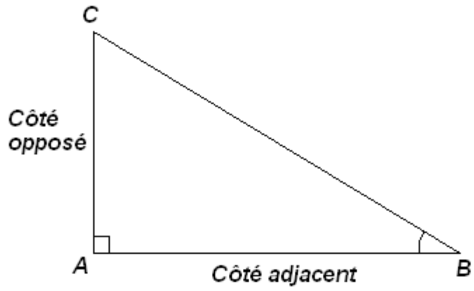
## C. TANGENTE D'UN ANGLE AIGU.

Définition 3 :

Dans un triangle rectangle, la **tangente** d'un angle aigu est égal au quotient : $\dfrac{\text{longueur du côté opposé}}{\text{longueur de côté adjacent}}$.

Exemple 3 :

Dans le triangle $ABC$ rectangle en $A$ ci-contre, le côté adjacent à l'angle $\widehat{ABC}$ est le côté $[AB]$ et l'hypoténuse de ce triangle est le côté $[BC]$.




On a donc : $\tan\left(\widehat{ABC}\right) = \dfrac{AC}{AB}$.

Remarque 4 :

Les longueurs sont des nombres positifs. Nous avons donc : $0 < \tan\left(\widehat{ABC}\right)$.

Remarque 5 :

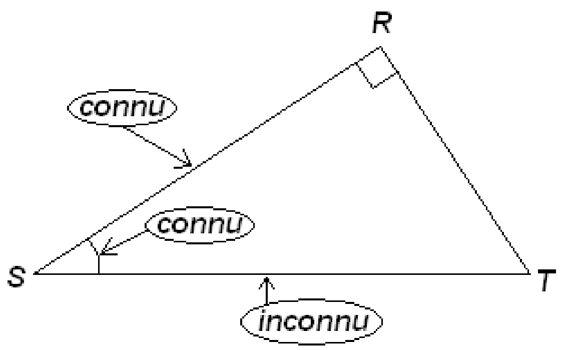
Un moyen pour retenir les définitions est l'anagramme : **CAH SOH TOA** où par exemple **S** désigne le **S**inus d'un angle aigu égal au quotient de la longueur du côté **O**pposé (**O**) par la longueur de l'**H**ypoténuse (**H**).

# II. METHODES.

Méthode 1 : Pour calculer la longueur d'un côté.

$RST$ est un triangle rectangle en $R$. Nous avons $RS = 5$ cm et $\widehat{RST} = 30°$. Combien mesure la distance $ST$ à 1 millimètre près ?

- Commencer par faire un schéma.



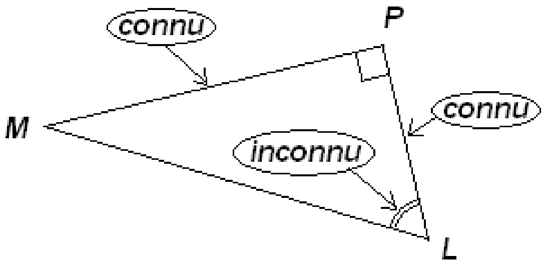

- Déterminer alors l'outil qui va être utilisé : on connait un **angle**, son côté **adjacent** et on cherche **l'hypoténuse**, c'est donc le **cosinus** qui va être utilisé.

- On écrit la phrase : *RST* est un triangle rectangle en *R*, donc $\cos\left(\widehat{RST}\right)=\frac{RS}{ST}$.
- On conduit les calculs en utilisant ici un produit en « Y » et la calculatrice :
  $\frac{\cos(30°)}{1}=\frac{5}{BC}$
  D'où $BC=\frac{5\times 1}{\cos(30°)}$ et ainsi : $\boxed{BC\approx 5{,}8 \text{ cm}}$.

Méthode 2 :

*LMP* est un triangle rectangle en *P*. Nous avons : $PL=3$ cm et $PM=7$ cm. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{PLM}$ au degré près ?

- Commencer par faire un schéma.




- Déterminer alors l'outil qui va être utilisé : on connait les deux côtés de l'angle droit et on cherche un **angle**, c'est donc la **tangente** qui va être utilisée.
- On écrit la phrase : *LMP* est un triangle rectangle en *P*, donc $\tan\left(\widehat{PLM}\right)=\frac{PM}{PL}$.
- On conduit les calculs en utilisant la calculatrice (touche $\boxed{\tan^{-1}}$, $\boxed{\text{Atn}}$ ou $\boxed{\text{Arctan}}$) :
  $\tan\left(\widehat{PLM}\right)=\frac{7}{3}$ d'où : $\widehat{PLM}\approx 67°$.

## III. RELATIONS TRIGONOMETRIQUES.

Proposition 1 :

Soit $x$ la mesure en degré d'un angle aigu, nous avons :

⊕ $\left(\cos(x)\right)^2+\left(\sin(x)\right)^2=1$.

⊕ $\tan(x)=\frac{\sin(x)}{\cos(x)}$.

Exemple 4 :

Soit $x$ la mesure d'un angle aigu tel que $\cos(x)=0{,}6$.

La première formule permet de trouver le sinus de cet angle :

$$\left(\cos(x)\right)^2+\left(\sin(x)\right)^2=1$$

$$\left(0{,}6\right)^2+\left(\sin(x)\right)^2=1$$

$$0{,}36+\left(\sin(x)\right)^2=1$$

$$\left(\sin(x)\right)^2=1-0{,}36=0{,}64$$

Comme le sinus d'un angle est positif, nous avons donc : $\sin(x)=\sqrt{0{,}64}=0{,}8$.

La seconde formule permet de déterminer la tangente de cet angle :

$$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

$$\tan(x) = \frac{0,8}{0,6} = \frac{4}{3}$$

Une valeur approchée de la tangente de l’angle est $1,33$.