CHAPITRE 04 : NOTION DE FONCTION.

OBJECTIFS :

1. Connaître le vocabulaire relatif aux fonctions (image, antécédent, notation).
2. Savoir déterminer l'image d'un nombre par une fonction déterminée par un tableau de données, une courbe ou une formule.
3. Savoir déterminer des antécédents par lecture directe d'un tableau de données, ou d'une courbe.

Activités : Activité 2 (TI) et activité sur l'effet Doppler.

I. VOCABULAIRE.

Définition 1 :

Une fonction est une application mathématique qui à un nombre, associe un nombre. On peut exprimer une fonction par différents moyens : un tableau de données, une courbe ou une formule.

Exemple 1 :

On a regroupé dans le tableau suivant des valeurs de la taille d'Olivier en fonction de son âge :

Age (en années)	10	14	18
Taille (en cm)	142 cm	166 cm	175 cm

A 10 ans, Olivier mesure 142 cm, donc on peut traduire par le diagramme suivant :

10 ans → fonction → 142 cm

Définition 2 :

Une fonction représentée par une formule se note : $f : x \mapsto f(x)$ où x est un nombre. *f* est la fonction et $f(x)$ est un nombre.

On dit que la fonction *f*, qui au nombre *x*, associe le nombre $f(x)$.

Exemple 2 :

On considère la fonction *h* qui à un nombre lui associe son carré. Cette fonction se note : $h : x \mapsto x^2$.

Dans ce cas : pour le nombre *x*, on a : $h(x) = x^2$.

Par exemple, si $x = 3$, alors $h(4) = 3^2 = 9$. Si $x = -5$, alors $h(-5) = (-5)^2 = 25$.

Définition 3 :

Soit une fonction $g : x \mapsto g(x)$.

Dans ce cas, le nombre $g(x)$ est appelé **l'image** de *x* par la fonction *g*.

Dans ce cas, le nombre *x* est appelé **un antécédent** de $g(x)$ par la fonction *g*.

L'image est unique tandis qu'il peut y avoir un, plusieurs ou aucun antécédent.

Exemple 3 :

Reprenons la fonction *h* de l'exemple 2.

Alors : 9 est l'image de 3 par la fonction *h*.
25 est l'image de -5 par la fonction *h*.
Et : 3 est un antécédent de 9 par la fonction *h*.
-5 est un antécédent de 25 par la fonction *h*.
5 est aussi un antécédent de 25 par la fonction *h*.
Il n'y a aucun antécédent de -4 par la fonction *h*, car tout nombre élevé au carré est positif.

Définition 4 :

On se place dans un repère et on considère une fonction $f : x \mapsto f(x)$.

On considère les points *M* de coordonnées $(x\,;\,f(x))$. L'ensemble de ces points est la **représentation graphique** de la fonction *f* dans le repère choisi.

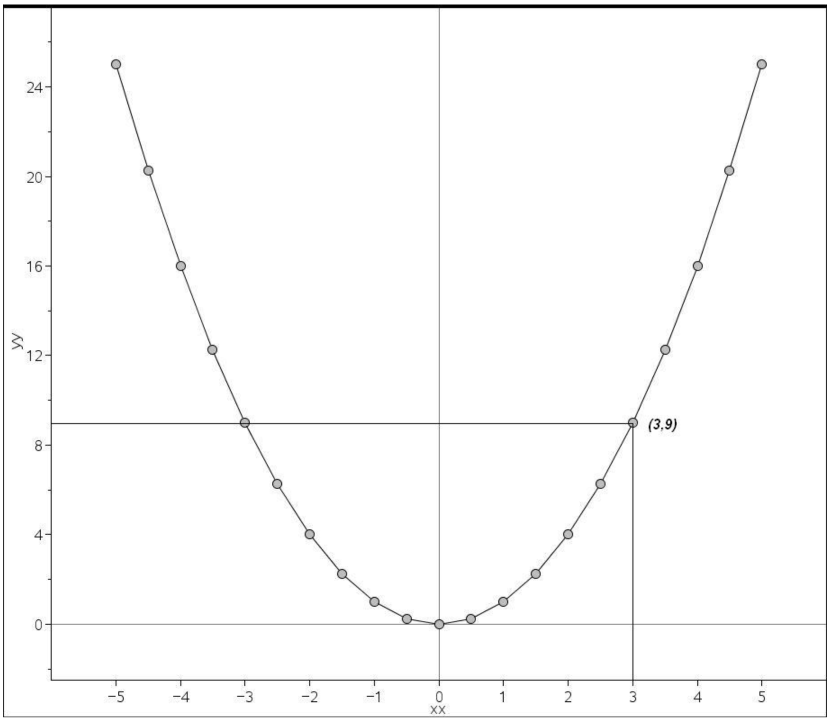
Exemple 4 :

Reprenons la fonction *h* de l'exemple 2.

On se place dans un repère du plan (O, x, y).

Pour tracer la courbe représentative de la fonction *h*, on place des points d'abscisse *x* et d'ordonnée $h(x)$.

On relie ensuite ces points en « lissant » la courbe.



Remarque 1 :

Pour se souvenir dans les repères : dans l'ordre alphabétique :

Horizontal	Vertical
Abscisse	Ordonnée
x	*y*
Antécédent	Image

II. METHODES.

A. TABLEAU DE VALEURS.

Exemple 5 :

On donne le tableau de valeurs suivant, distance d'arrêt (en m) d'un véhicule **en fonction de** la vitesse (en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$). Cette fonction se notera : $g : V \mapsto d_A$.

V (en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$)	30	50	60	90	130
d_A (en m)	14	30	40	77	145

La première ligne de ce tableau correspond aux **antécédents**.
La deuxième ligne de ce tableau correspond aux **images**.

- Déterminer **l'image** de 60 par la fonction *g* signifie qu'il faut chercher 60 sur la première ligne du tableau et lire son image sur la seconde ligne. Ainsi, l'image de 60 est le nombre 40 et on l'écrit : $g(60)=40$.
- Déterminer le ou les **antécédent**(s) s'il existe de 145 par la fonction *g* signifie qu'il faut chercher 145 sur la seconde ligne du tableau (il peut y en avoir plusieurs ou pas du tout) et lire son (ou ses) antécédents sur la première ligne. Ainsi, l'antécédent de 145 est le nombre 130 et on l'écrit : $g(130)=145$.

Remarque 1 :

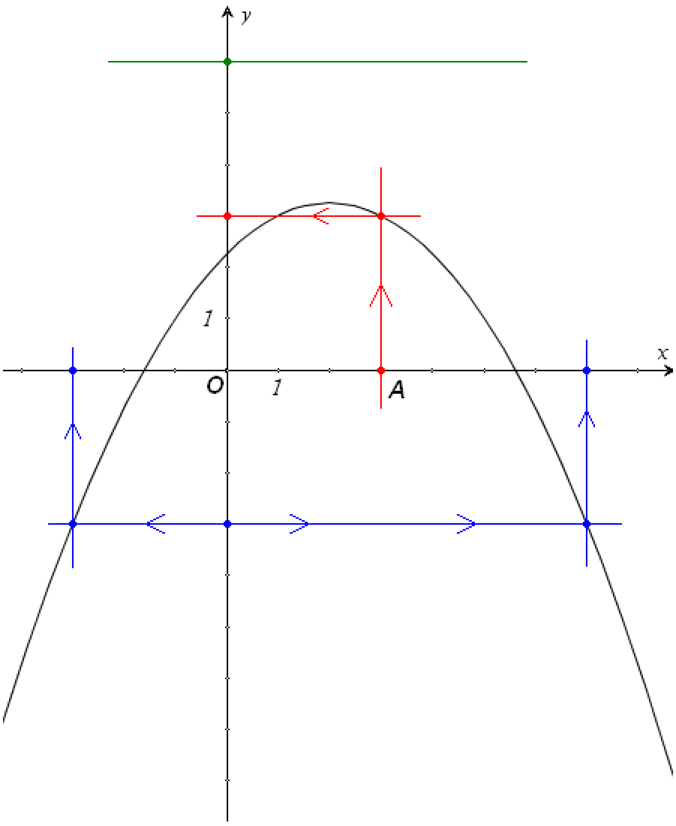
Attention, ici l'antécédent de 30 par la fonction est 50 et l'image de 30 par la fonction est 14 !

Remarque 2 :

Dans un tableau de valeurs, toutes les données ne sont pas écrites (il y en a une infinité !), mais, par exemple, l'image de 40 par la fonction *g* existe…

B. REPRESENTATION GRAPHIQUE.

On donne ci-contre la représentation graphique d'une fonction *k* dans le repère (O, x, y).



- Pour trouver l'image du nombre 3, il faut trouver le nombre 3 sur l'axe des abscisses (axe horizontal). Il faut ensuite tracer une droite perpendiculaire à l'axe qui doit couper la courbe une et une seule fois. Ensuite, il faut tracer une perpendiculaire à la droite précédente pour rejoindre l'axe des ordonnées (axe vertical). Il faut lire alors la mesure. Ici, l'image de 3 par la fonction est le nombre 3.
- Pour trouver les antécédents de -3, il faut tracer une perpendiculaire à l'axe des ordonnées passant par -3. A chaque point de coupe, il faut tracer une perpendiculaire rejoignant l'axe des ordonnées. Il faut lire ensuite l'abscisse des points d'intersection. Ici, les antécédents de -3 sont -3 et 7.
- Pour trouver les antécédents de 6, on remarque qu'il n'y a pas d'intersection entre la droite perpendiculaire à l'axe des ordonnées et passant par 6 et la courbe. Donc, il n'y a pas d'antécédent pour 6.

C. FONCTION DEFINIE PAR UNE FORMULE.

Soit la fonction $y : x \mapsto -2x^2 + 5x - 3$. On cherche l'image par la fonction y du nombre 2, puis du nombre -4.

- Pour l'image de 2 :

$y(2) = -2\times(2)^2 + 5\times(2) - 3$ On remplace tous les x par (2).

$y(2) = -2\times 4 + 5\times(2) - 3$ On calcule suivant les priorités opératoires.

$y(2) = -8 + 10 - 3$

$y(2) = -1$

L'image du nombre 2 par la fonction y est le nombre -1.

- Pour l'image de -4 :

$y(-4) = -2\times(-4)^2 + 5\times(-4) - 3$ On remplace tous les x par (-4).

$y(-4) = -2\times 16 + 5\times(-4) - 3$ On calcule suivant les priorités opératoires.

$y(-4) = -32 + (-20) - 3$

$y(-4) = -55$

L'image du nombre -4 par la fonction y est le nombre -55.